



## TAREFAS DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: EXEMPLOS E POSSIBILIDADES DE ENSINO

MASSOLO, Érica Fernanda<sup>1</sup>  
 DONADEL, Larissa Winck<sup>2</sup>  
 WICHNOSKI, Paulo<sup>3</sup>

### RESUMO

Esse artigo é oriundo da nossa participação em um projeto de extensão sobre Investigação Matemática na Educação Matemática. Neste projeto estudamos a tendência Investigação Matemática (IM) e nos propomos a construir e discutir algumas tarefas com características próprias dela. Em face disso, para este artigo cunhamos o objetivo de compartilhar as tarefas, como produto do exercício reflexivo de (re)construção, bem como efetuar algumas inferências acerca das possibilidades de ensino em face das tarefas construídas. Assim sendo o presente trabalho pode, em suas devidas proporções, auxiliar professores no exercício profissional, ao passo que sugere e subsidia uma maneira diversificada de ensinar matemática. Como resultados, sustentamos que as tarefas re(formuladas) e apresentadas neste artigo, podem ser aplicadas em salas de aula, pois, se mostram possibilidades de ensino, devido a consequência da formulação de uma tarefa investigativa, tanto no seu ato do desenvolvimento, no que se diz respeito à formulação das perguntas por meio do conhecimento e abrangência desta metodologia de ensino e também na realização de sua conclusão, quanto ao processo de (re)leitura, com diferentes opiniões, em análise com mais colegas e na execução da mesma, para que ocorra o bloqueio de outras ideias pertinentes a tarefa, fazendo uma reflexão sobre as tarefas, podendo ser modificada, bem como melhorada.

**Palavras-chave:** Tarefas Investigativas. Investigação Matemática. Estudo qualitativo.

<sup>1</sup>Graduanda do Curso de licenciatura em Matemática da Faculdade de Ampère, E-mail: ericafmassolo@gmail.com.

<sup>2</sup>Graduanda do Curso de licenciatura em Matemática - Faculdade de Ampère, E-mail: lariiwd@gmail.com

<sup>3</sup>Doutorando em Educação em Ciências e Educação Matemática, mestre em Ensino e licenciado em Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná. E-mail: wichnoski@gmail.com

## INTRODUÇÃO

As tarefas de Investigação Matemática promovem um trabalho de maior compreensão para os alunos, visto que elas levam a variados conceitos e, para realizarem essa busca, os educandos devem criar conjecturas/ hipóteses, testar e validá-las. Ainda, segundo Ponte (2001), elas também propiciarão diversas oportunidades de momentos criativos e ao mesmo tempo de modo expressivo.

Neste estudo, pretende-se trazer algumas tarefas de Investigação Matemática, de modo, a mostrar e caracterizar seus dois tipos (exploratório e investigativo), bem como verificar maneiras possíveis de ensino e as reflexões para sua reconstrução. Tal compreensão é decorrente da participação do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Investigação Matemática - GEPIM<sup>4</sup>.

O presente artigo foi dividido em quatro momentos. No primeiro, dialogamos sobre o trabalho que fizemos através do estímulo do grupo, em seguida explicitamos os aspectos relativos ao projeto, na terceira etapa discutimos as tarefas de Investigação Matemática, seus tipos e algumas de suas características, por fim, apresentamos dois exemplos de tarefas e sugerimos alguns conteúdos que podem ser abordados com a utilização delas.

## 1 SOBRE A MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

Tendo em vista que o ensino de Matemática, as DCE (2008) propõem diversas metodologias para o trabalho em sala de aula, assim ao professor é dada a possibilidade de utilizar-se de diversos recursos, como por exemplo, mediáticos, manipuláveis, entre outros, que nos proporcionam conhecê-las melhor, de modo, a fazer descobertas por caminhos que até então eram desconhecidos.

A maneira mais conhecida de aplicação Matemática são as tarefas de exercício, que exigem apenas uma determinada resposta e sem grande dificuldade para quem a realiza, conforme afirma Ponte (2003). Todavia estas tarefas são obsoletas e não atendem os atuais objetivos da escola e principalmente o ensino de Matemática. Desse modo são propostos tarefas de outras naturezas, como por exemplo, tarefas de modelagem, de investigação e problemas.

Segundo Ian Stewart “[...] um bom problema é aquele cuja solução, em vez de conduzir a um beco sem saída, abre horizontes inteiramente novos [...]” (1995, p. 17), nessa perspectiva que se faz a necessidade de trabalhar com a IM, em que se sabe o ponto de partida, mas, nunca a chegada, levando a diversos conceitos e um desenvolvimento cognitivo maior dos alunos.

---

<sup>4</sup>GEPIM: Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Investigação Matemática.

Quando tem uma tarefa investigativa Matemática em sala de aula, dispomos de uma aula diversificada em que o aluno é muito participativo e o seu conhecimento será bastante utilizado, uma vez que, ele fará conjecturas e discutirá com seus colegas e professores.

Segundo o Ministério da Educação e Cultura - MEC (1999), o aprendizado só acontece com a interação de professor e aluno. Ao propor Investigações Matemáticas este aspecto é considerado de suma importância, visto que, há a socialização, sendo, o docente o impulsionador na realização do educando em sua tarefa, uma vez que o método se mostra dinâmico e promovedor do envolvimento dos estudantes.

Buscando atender a estas demandas, nos inserimos num grupo de estudos, para concretizarmos uma reflexão sobre essa tendência e discutirmos sobre toda a sua abrangência, visto que, a Investigação Matemática, é uma área bastante recente e precisa ser estritamente estudada, devido a sua importância (WICHNOSKI; KLÜBER, 2015).

Quando nos remetemos ao projeto realizado, concretizamos alguns objetivos a ser cumprido, entre eles, inserir o professor de educação básica em exercício do grupo, promovendo assim a associação entre teoria e prática pedagógica. Tal motivação surge devido ao fato de que no cenário atual, em geral, o professor considera-se formado quando está na graduação, o que pode ser um equívoco dado a possibilidade de ele (o professor) adentrar num processo simplificado sem estar preparado, muitas vezes, ensinando errado e causando obstáculos epistemológicos e didáticos nos alunos.

Nesse sentido, formar e reformar-se constantemente na ação (FREIRE, 1998) parece-nos um caminho que minimiza a falsa ideia da formação pronta e acabada ao término da graduação, e uma das possibilidades para isso é entrar em contato com projetos formativos com vistas às novas metodologias para o ensino. Todavia, parece que o professor reconfigura as metodologias de ensino ao seu modo, pois ao longo da trajetória profissional acaba desenvolvendo modos próprios de ensinar, ou seja, a identidade profissional constituída ao longo da carreira implica no modo como entende e faz uso das novas metodologias.

No grupo de estudos - GEPIM, estudamos, analisamos, argumentamos artigos e tarefas de Investigação Matemática, buscando a compreensão do mesmo, podendo assim tornar-se conhecimento ou para que pudesse ser aplicado em sala de aula, construindo assim um novo conhecimento para ensinar/ refletir a forma de instruir os alunos ao ensino da matemática.

Em um dos encontros do estudo acerca da Investigação, pudemos enaltecer algumas características da Investigação Matemática, percebendo que a resolução leva a apenas um caminho

ou uma única resposta, e a tarefa investigativa leva a um trajeto que podem existir infinitos conceitos ou caminhos a serem percorridos, sendo exploratórias e investigativas.

Nesse mesmo debate, percebemos que não basta apenas a teoria, precisa ser aplicado na prática o conhecimento, e assim nosso coordenador do grupo de estudos, nos desafiou para que fizéssemos uma tarefa investigativa, cada um com seu conteúdo matemático, para que após a realização do mesmo, fosse apresentado para o grupo e assim houvesse discussão construtiva, por meio de um artigo, e embasados nele e em nossos conhecimentos sobre essa tendência, assumimos a tarefa de construção de Tarefas de Investigação Matemática.

## 2 O QUE SÃO AS TAREFAS DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA?

Uma tarefa de Investigação pode ser dita como uma proposta de trabalho para chegar a alguns conceitos matemáticos, tendo como objetivo explorar uma situação. Para que isso ocorrer faz-se necessário, segundo Ponte (2003), passar por quatro momentos:

No primeiro, devem ocorrer às explorações as questões investigativas, ou seja, uma interpretação dos alunos, para qual caminho seguir, após a leitura e análise do material que tem a seu dispor.

No que se diz respeito, a segunda parte, deve haver a organização de dados e elaboração de conjecturas, em que o docente deve interagir com os educandos individualmente ou nos grupos, questionando-os, quais descobertas fizeram, sempre as anotando. Para a terceira fase, tem-se a efetuação de testes, lapidação e sistematização das conjecturas, verificando ao que se chegou, buscando assim comprovar as mesmas.

Na última etapa são efetuadas as construções das justificativas/conclusões, realizando a validação dos resultados, em que o professor deve organizar a discussão de todo o trabalho realizado pelos alunos, sabendo as explorações que eles fizeram, valorizando-as e refletindo juntamente com toda a classe.

Pode-se também caracterizar as tarefas investigativas em dois tipos, em tarefa exploratória e em tarefa de investigação, a seguir estão algumas das características e exemplo de cada uma.

**Quadro 1: Tarefa 1**

|   |              |             |                |
|---|--------------|-------------|----------------|
| O quadro abaixo elucida o número de carros e motos em um estacionamento, bem como o número de rodas dos respectivos veículos. Explore-a de acordo com o roteiro abaixo. |              |             |                |
| Carros+Motos  | Rodas Carros | Rodas Motos | Total de Rodas |

|      |    |    |    |
|------|----|----|----|
| 1+10 | 4  | 20 | 24 |
| 2+9  | 8  | 18 | 26 |
| 3+8  | 12 | 16 | 28 |
| 4+7  | 16 | 14 | 30 |
| 5+6  | 20 | 12 | 32 |
| 6+5  | 24 | 10 | 34 |
| 7+4  | 28 | 8  | 36 |
| 8+3  | 32 | 6  | 38 |
| 9+2  | 36 | 4  | 40 |
| 10+1 | 40 | 2  | 42 |

- a) À medida que o número de carros aumenta o que acontece com o número de rodas dos carros? E à medida que se aumenta o número de motos, o que acontece com o número de rodas das motos?
- b) Há alguma relação entre o aumento do número de rodas de carros e o aumento do número de rodas de motos? Se sim, qual?
- c) Por que ao diminuir o número de motos, o número total de rodas dos veículos do estacionamento continua aumentando?
- d) Há alguma relação matemática que permita descobrir o número de carros e número de motos do estacionamento, sabendo-se apenas o número total de rodas? Se sim, qual?

**Fonte:** Wichnoski e Klüber

As tarefas exploratórias são tarefas abertas, mais fáceis de entender, menos sistematizadas e que requerem um menor tempo para realizar, sendo na maioria das vezes, tarefas para problematizar há introduzir novos conteúdos matemáticos ou demonstrar temas matemáticos.

Analisando a tarefa acima, percebe-se que há uma condução para a realização da tarefa exploratória, pois as perguntas revelam o que realmente se quer saber sobre o quadro acima, onde esse quadro revela as informações nele contido, para que assim os alunos possam conjecturar.

**Quadro 2:** Tarefa 2

| Procura descobrir relações entre os números da figura: |    |    |    |
|--|----|----|----|
| 0  | 1  | 2  | 3  |
| 4  | 5  | 6  | 7  |
| 8  | 9  | 10 | 11 |
| 12   | 13 | 14 | 15 |
| 16   | 17 | 18 | 19 |

|   |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|
| ...   | ... | ... | ... |
| Como sempre, regista as conclusões que fores obtendo. |     |     |     |

**Fonte:** Ponte

A tarefa acima é de Investigação Matemática, tendo como característica a não condução do estudante para sua realização, fazendo assim, com que o mesmo conjecture, crie hipóteses e faça suas próprias conclusões, para que em seguida apresente para o grupo todas as suas considerações. Essa tarefa também tem como aspecto um maior nível de dificuldade, necessitando de um maior tempo para sua realização.

Para que esse trabalho seja realizado com sucesso, o professor deve estabelecer diálogo com seus alunos, pois, muitas das vezes eles podem demonstrar grandes dificuldades para o alcance dos resultados, devido ao fato que ainda não estão familiarizados com esse tipo de situação, procurando assim sempre os encorajarem e cuidar para não conduzir qual caminho eles devem seguir.

Por isso, são de suma importância as tarefas investigativas, visto que as mesmas fazem com que o aluno pense mais, utiliza-se do raciocínio, da busca de informações, e as comprove, por meio de testes, e assim tire suas próprias conclusões, para que após compartilhe as mesmas com seus colegas, havendo assim um debate de informações.

### 3 O DESAFIO DA CONSTRUÇÃO E RECONSTRUÇÃO DAS TAREFAS

Para realizarmos uma IM, bem como uma tarefa investigativa, faz-se necessário elaborar nossas próprias indagações, de forma, a estar alicerçado de conhecimento sobre o respectivo assunto.

Nessa perspectiva, fomos convidados a criar tarefas de caráter investigativo, por meio do estudo e toda a abrangência sobre essa tendência que possuímos, através do projeto elucidado anteriormente.

Tendo como uma possibilidade de tarefa investigativa Matemática, na tabela logo abaixo:

**Quadro 3: Tarefa Construída 01**

#### DOMINÓ DIFERENTE

**Vamos iniciar o jogo, regras:**

- a. Cada peça deve ser completada com algum valor numérico na parte superior e inferior;
- b. Os valores substituídos não podem ser frações ( $0/9$ ;  $2/3$ ) e nem somente algarismos ( $1;2;3$ ), como exemplo de jogo, abaixo:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 5 | 6 | 6 | 6 | 7 |
| 7 | 8 | 3 | 4 | 5 | 8 | 6 | 7 | 8 | 7 |
| 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 7 | 8 | 4 |   |   |
| 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 8 | 8 | 4 |   |   |

c. Não se pode realizar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão na peça, por exemplo:  $1^1 + 1^1$ , somente  $1^1$ .

**OBS:** Os números 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6 foram substituídos por 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

1. Se escolhermos a peça que contém na parte superior 2 e na parte inferior 8, quantas são as possibilidades de escrevê-la? E a peça com 3 superior e 7 inferior?
2. Quantas são as possibilidades de escrever a peça que contém 2 na parte superior e inferior? E na que contém 3? Faça também com 4, 5, 6, 7 e 8 que contém o mesmo valor em ambas as partes.
3. Existe alguma relação Matemática nas peças que contém na parte superior e inferior o mesmo número? E nas que não são iguais? Se sim, qual/quais?
4. Se fosse aumentado o número de peças, fazendo com que os números fossem de 2 a 10, é possível prever o número de peças?
5. Que conceitos podem ser trabalhados com essa tarefa?

**Fonte:** Os autores

A tarefa descrita como “Dominó diferente”, foi lida pelos integrantes do grupo e o autor fez uma explanação maior sobre suas regras, ou seja, as possibilidades de criar as peças do jogo.

Os participantes foram analisando cada pergunta e fazendo suas respectivas conjecturas, verificando quais eram e quantas as possibilidades de escrita das peças, se existiam características nos elementos iguais e por fim analisaram a que conceitos podemos chegar, ao final de todas as escritas, debates e reflexões acerca da tarefa.

Após toda a investigação, algumas sugestões de aprimoramento foram mencionadas, visto que, o grupo auxilia no processo das observações e avaliação, chegando as seguintes mudanças:

**Quadro 4: Tarefa Reconstruída 01**

**DOMINÓ DIFERENTE**

**Vamos iniciar o jogo, regras:**

- a. Cada peça deve ser completada com algum valor numérico na parte superior e inferior;  
 b. Os valores substituídos não podem ser frações ( $0/9$ ;  $2/3$ ), nem no expoente, e também não podem ser somente algarismos ( $1;2;3$ ), como exemplo de jogo, abaixo:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 5 | 6 | 6 | 6 | 7 |
| 7 | 8 | 3 | 4 | 5 | 8 | 6 | 7 | 8 | 7 |
| 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 7 | 8 | 4 |   |   |
| 6 | 7 | 8 | 5 | 6 | 8 | 8 | 4 |   |   |

c. Não se pode realizar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão na peça, por exemplo:  $1^1 + 1^1$ , somente  $1^1$ .

**OBS:** Os números 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6 foram substituídos por 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

1. Se escolhermos a peça que contém na parte superior 2 e na parte inferior 8, quantas são as possibilidades de escrevê-la? E a peça com 3 superior e 7 inferior?
2. Quantas são as possibilidades de escrever a peça que contém 2 na parte superior e inferior? E na que contém 3? Faça também com 4, 5, 6, 7 e 8 que contém o mesmo valor em ambas as partes.
3. Existem algumas características matemáticas nas peças que contém na parte superior e inferior o mesmo número? E nas que não são iguais? Se sim, qual/quais?
4. Se fosse aumentado o número de peças, fazendo com que os números fossem de 2 a 10, é possível prever o número de peças? Quantos?
5. Que conceitos podem ser trabalhados com essa tarefa?

**Fonte:** Os autores

Após a reflexão por meio do estudo, podemos classificá-la como uma tarefa investigativa exploratória, devido ao fato, da condução dos passos a serem tomados no decorrer das conjecturas e análises, tendo assim, sua estrutura aberta.

Pode-se ensinar variados conceitos, por meio dessa tarefa, um bem explícito ao final de todas as conjecturas, é o de potenciação, porém, há outras possibilidades, bem como a radiciação, tendo como base um nível de 9º ano.



Quanto ao desenvolvimento das tarefas, os educando muitas vezes, podem demonstrar dificuldades, uma vez que, poucos conhecem a IM de fato, e exercitam pouco as tarefas, nessa percepção, o professor deve sempre estar presente os indagando a fazer suas conjecturas e testar essa suas análises, para que com o tempo, consigam ter mais facilidade e mais experientes com a Matemática de um jeito diferente.

A realização da próxima tarefa foi de extenso estudo, para que se fizesse de cunho investigativo, pois estamos acostumados, a construir perguntas, com uma única proposta, o resultado esperado.

Ao realizar a tarefa busca-se fazer perguntas abertas, onde leva o aluno a pensar, e após conjecturar segundo suas análises.

**Quadro 5: Tarefa Construída 02**

| <b>TABELA 01</b> |          |          |            |               |
|------------------|----------|----------|------------|---------------|
| <b>A</b>         | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>D</b>   | <b>E</b>      |
| 1                | ... -1   | 2        | $\pi$      | - 2           |
| 2                | 0        | $7/3$    | $\sqrt{3}$ | 3             |
| 3                | 1        | 0,23232  | 2,3156...  | 0,3333...     |
| 4                | 2        | 0,89898  | 5,6514...  | $\frac{1}{2}$ |
| 5 ...            | 3 ...    | 2,33333  | 8,4651...  | 6,2651...     |

**1) Observando a tabela 01, responda:**

a) Será que obtemos característica matemática ao observar a tabela acima? Se houver descreva-as:  
b) Se houver característica matemáticas entre as colunas, descreva-as em linguagem Matemática:  
c) Se juntarmos a coluna A com a coluna B, podemos uni-las utilizando expressões ou linguagens matemáticas? Se houver escreva-as:  
d) Há diferenças entre as colunas , escreva-as em expressão matemática:  
e) Se compararmos a coluna A,B,C,D com a coluna E, obtivemos alguma relação matemática? Se houver descreva-as:

**Fonte:** Os autores

Ao analisar a tarefa em conjunto com o grupo, foi argumentado o que poderia ser melhorado ou modificado na mesma, chegando a uma versão final.

**Quadro 6: Tarefa Reconstruída 02**

| <b>TABELA 01</b> |          |               |             |               |
|------------------|----------|---------------|-------------|---------------|
| <b>A</b>         | <b>B</b> | <b>C</b>      | <b>D</b>    | <b>E</b>      |
| 0                | ⋮        | ⋮             | ⋮           | ⋮             |
| 1                | -1       | -2            | $-\sqrt{3}$ | - 2           |
| 2                | 0        | 0,23232       | $\sqrt{2}$  | 0,3333...     |
| 3                | 1        | 0,33333...    | 2,3156...   | $\frac{1}{2}$ |
| 4                | 2        | 1             | $\pi$       | 3             |
| 5                | 3        | $\frac{7}{3}$ | 8,4651...   | 6,2651...     |
| ⋮                | ⋮        | ⋮             | ⋮           | ⋮             |

a) Há características matemáticas que podem ser observadas na tabela acima? Se houver, descreva-as.  
b) Há relações matemáticas entre as colunas? Se sim, descreva-as em linguagem matemática.  
c) Investigue as propriedades operatórias entre os elementos de cada coluna.  
d) Se somarmos um número da coluna A com a coluna C, o resultado pertence a qual coluna? Isso vale para quaisquer números em A e C? E se pegarmos um número da coluna B com a coluna C o resultado pertence a qual coluna? Faça mais alguns testes. Isso é válido para todas?  
e) Há outros números que podem ser incluídos nas colunas A, B, C, D e E? Quais? Quantos?

**Fonte:** Os autores

Acima se tem uma tarefa exploratória, uma vez que, há certa condução proposta por meio das perguntas. Todavia, alguns conceitos matemáticos podem ser trabalhados após a concretização de todas as conjecturas e percepção de todos os membros, citando assim: Conjuntos numéricos, em nível do 1º ano do Ensino médio.

No entanto, segundo Ponte (2003) uma grande dificuldade, nessa tarefa, da mesma maneira que em outras, é a de que, tanto o professor, quanto o aluno estão fazendo parte do currículo tradicional e logo, habituados com ele, em que, têm-se exercícios repetitivos, e não se é possível fazer muito trabalho exploratório e investigativo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um ensinamento próspero de Matemática requer aulas com afazeres envolventes, dinâmicos e convenientes. O professor nesse processo torna-se imprescindível, visto que, ele pode proporcionar um ambiente de conhecimento, criando debates e reflexões acerca das discussões e afazeres em sala.

Tendo em vista esse ensinamento, e conhecendo as características das tarefas de IM fica perceptiva que, a melhor maneira de propiciar essa aula é por meio da IM, com tarefas de caráter investigativas, puramente investigativas ou exploratórias.

Todavia para que esse ambiente possa ocorrer, o docente deve ser o mediador desse processo, a esse respeito, Ponte et al. (1998) declaram que:

Fica a cargo do seu senso matemático e educacional decidir o que é importante em cada momento, escutando muito, mostrando flexibilidade, e tentando descobrir qual poderá ser o movimento seguinte mais adequado. É esta combinação de actividade intencional, conhecimento profissional e mestria que torna a profissão de ensinar única e o ensino da Matemática uma actividade extremamente desafiante. (p.18).

Porém, o docente ao se deparar com essa metodologia, precisa estar alicerçado de conhecimento, sendo assim, o grupo de estudos torna-se algo de momentos de discussões e visões diferenciadas, que tornam o aprendizado com maior eficácia ao adentrar em uma sala de aula para aplicar esse método investigativo.

Para concluir, verificou-se que na troca de ideias, houve uma melhora nas tarefas, e assim, elas constituíram uma forma de aprendizado coletivo. Também, comprovou que compartilhamento com os integrantes do grupo de estudo, contribui com argumentações para a exploração, elaboração, bem como a benfeitoria do mesmo.

## REFERÊNCIAS

FIorentini, D.; FERNANDES, F. L .P.; CRISTOVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: Seminário Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas no Currículo e na Formação do Professor, 2005, Lisboa. **Anais...** Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2005, p. 1-22.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 9. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1998.

PONTE, J. P. et al. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. **Quadrante**, v.7, n.2, p. 41-70, 1998.

PONTE, J. P. **Investigating mathematics and learning to teach mathematics**. In: Making sense of mathematics teacher education. Springer, Dordrecht, p. 53-72, 2001

PONTE, J. P. **Investigar, ensinar e aprender**. Actas do profMat, 25-39, 2003.

STEWART, I., URBANO, M. **Os problemas da matemática**. Lisboa: Gradiva, 1995.

WICHNOSKI, P.; KLÜBER, T. E. Um olhar Lakatosiano sobre a tendência investigação matemática. **REVEMAT**. Florianópolis, v.10, n. 1, p. 65-80, 2015.